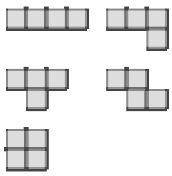
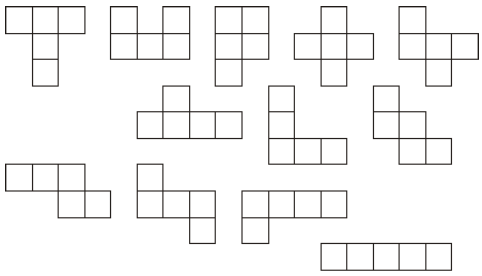
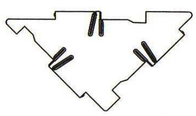
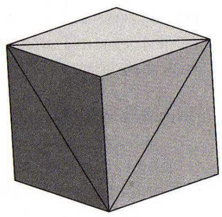
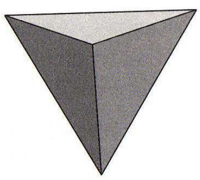
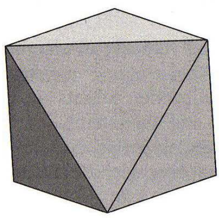
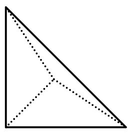
<table>
<tr><td></td><td>Exponat „Baustelle“
die meisten Aufgaben sind direkt am Tisch auszuprobieren und erfordern daher keine Lösungen</td></tr>
<tr><td>★</td><td>Aus 4 und 5 Quadraten
Nimm 4 Quadrate und baue diese zu einer Fläche zusammen. Wie viele verschiedenen Möglichkeiten gibt es?
Wenn du 5 Quadrate nimmst, dann erhältst du 12 verschiedene Flächen, die sogenannten Pentominos. Findest du alle?

4 Quadrate

5 Quadrate
</td></tr>
<tr><td>★</td><td>Von vorne und von oben</td></tr>
<tr><td>★</td><td>Würfelnetze</td></tr>
<tr><td>★</td><td>Der Satz von Euler
Baue einen geschlossenen Körper. Zähle die Ecken, Kanten und Flächen und schreibe die Zahlen auf.
Rechne: Anzahl der Ecken plus Anzahl der Flächen minus Anzahl der Kanten.
Untersuche verschiedene Körper. Was stellst du fest?
s. Katalog, dort ist auch eine Begründung der Aussage.</td></tr>
<tr><td>★</td><td>Tetraederpuzzle</td></tr>
<tr><td>★ ★</td><td>Logi-Körper</td></tr>
<tr><td>★ ★ ★</td><td>Ecken abschneiden

Baue einen Würfel aus 12 rechtwinkligen Dreiecken. Eine Ecke des Würfels muss der folgenden Abbildung entsprechen.
 
Entferne diese Ecke (s. Abb.) und schließe die Öffnung mit einem großen gleichseitigen Dreieck.
 
Um welchen Bruchteil hat sich das Volumen des Würfels verringert?</td></tr>
</table>

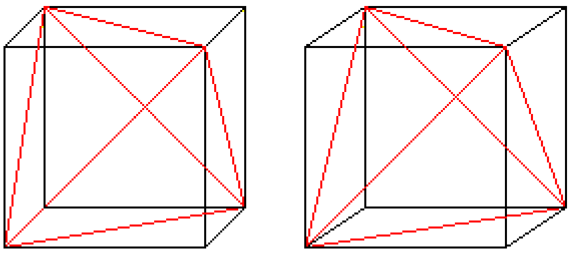
Wir nehmen an, der Würfel hat eine Kantenlänge von 1 m und damit ein Volumen von 1 m³.
Die abgeschnittene dreieckige Pyramide stellen wir so auf den Tisch, dass die 3 rechtwinkligen Dreiecke den Koordinatenebenen entsprechen (die Pyramidenspitze, die eine Würfelecke war, bildet also den Ursprung des Koordinatensystems).



Die Pyramide hat dann als Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck (Fläche ½ * 1m * 1m = ½ m²) und die Höhe 1m, also ein Volumen von
1/3 * G * h = 1/3 * ½ m³ = 1/6 m³.

(Die Berechnung, wenn die Pyramide auf dem gleichseitigen Dreieck steht, was die naheliegendere Position ist, ist ungleich komplizierter.)

Ergänzung:
Wenn man von 4 Ecken aus diese Pyramiden abschneidet, bleibt ein Tetraeder im Würfel übrig:
Sechs Flächendiagonalen bilden im Würfel ein Tetraeder.



Das Volumen des Tetraeders ist der dritte Teil des Volumens des Würfels; die 4 abgeschnittenen Ecken haben also ein Volumen von 2/3 des Würfels, und damit entfällt auf jede abgeschnittene Pyramidenecke ein Volumenanteil von 1/6 des Würfels.

Werden bei einem Tetraeder die Ecken so abgeschnitten, dass dies jeweils 1/3 der Seitenlänge ausmacht, so bleiben von den Tetraederflächen regelmäßige Sechsecke übrig, die Schnittflächen sind jeweils gleichseitige Dreiecke.
Schneidet man die Tetraederecken jeweils auf halber Höhe des Tetraeders ab, so entsteht ein Oktaeder.
(dynamische Version unter
http://www-public.tu-bs.de:8080/~hsteibl/archimedische_koerper/wuerfelstumpf.html)

	Exponat „Kugelpyramiden“ weitere Informationen im Katalog, (S. 23, S. 28-29)
★	Wie viele Kugeln passen jeweils in die Holzrahmen (Bodenschicht)? 1, 1+2 = 3, 1 + 2 + 3 = 6, 1 + 2 + 3 + 4 = 10 Wie viele Kugeln enthalten die Pyramiden jeweils? 1, 3 + 1 = 4 (zwei Schichten) 6 + 3 + 1 = 10 (drei Schichten) 10 + 6 + 3 + 1 = 20 (vier Schichten) Suche beide Zahlenreihen im Pascal-Dreieck.
★	Wie viele Kugeln passen in den nächstgrößeren Holzrahmen (Seitenlänge 5 Kugeln)? 10 + 5 = 15 Und in die nächsten fünf größeren Rahmen? Schreibe die Zahlen auf. 15 + 6 = 21; 21 + 7 = 28; 28 + 8 = 36; 36 + 9 = 45; 45 + 10 = 55 Diese Zahlen heißen die „Dreieckszahlen“. Warum wohl? Sie geben die Anzahl der Punkte an, die in Form eines Dreiecks liegen.
★★	Wie viele Kugeln braucht man für die nächste Pyramide (Seitenlänge 5 Kugeln)? Fünf Schichten: 20 Kugeln von der Viererpyramide (4 Schichten) und dazu die fünfte Dreieckszahl für die Anzahl der Kugeln in der Bodenschicht; also 20 + 15 = 35 Kugeln Und für die drei folgenden Pyramiden? 6 Schichten: 35 Kugeln (fünf Schichten) + 21 Kugeln (sechste Dreieckszahl) = 56 Kugeln 7 Schichten: 56 + 28 = 84 Kugeln 8 Schichten: 84 + 36 = 120 Kugeln
★★	Rechne 2 benachbarte Dreieckszahlen zusammen. Was stellst du fest? Warum ist das so? Beispiel: 15 + 21 = 36 Es ergeben sich jeweils Quadratzahlen geometrische Begründung (hier für 10 + 6 = 16): □■■■ □□■■ □□□■ □□□□ Die Begründung mit der Formel ist erst in höheren Klassenstufen möglich: $(n-1) * n / 2 + n * (n+1) / 2 = (n^2 - n + n^2 + n) / 2 = 2 n^2 / 2 = n^2$ ist eine Quadratzahl. Wähle eine beliebige zweistellige Zahl. Versuche, diese als Summe von möglichst wenig Dreieckszahlen darzustellen. Du kommst jedes Mal mit höchstens drei Dreieckszahlen aus!
★★	Es gibt eine berühmte Anekdote, wie der Mathematiker Carl Friedrich Gauss als Schulkind die Zahlen von 1 bis 100 blitzschnell zusammengerechnet hat. Du kannst sie hier nachlesen.

	Mit dem Trick von Gauss kannst du schnell die Summe von aufeinanderfolgenden Zahlen berechnen, z.B. alle Zahlen von 1 bis 60. Schaffst du das? (1+60) + (2+59) + ... + (30 + 31) = 30 * 61 = 1830 Klappt das auch bei ungeraden Zahlen (z.B. alle Zahlen von 1 bis 49)? (1+49)+(2+48) ... + (24+26) + 25 = 24 * 50 + 25 = 1225 Es ist etwas komplizierter, weil die Zahl in der Mitte übrigbleibt und noch dazugerechnet werden muss.
★★★	Stelle eine Formel für die Summe der Zahlen von 1 bis n auf. Entsprechend der Gauss-Anekdote: n/2 Paare mit der Summe (n+1) ergibt die Formel n * (n+1) / 2 *Diese gilt auch für eine ungerade Anzahl; dann gibt es (n-1)/2 Paare mit der Summe (n+1) und die mittlere Zahl (n+1)/2 kommt noch dazu; dies lässt sich zur selben Formel vereinfachen.*

	Exponat „Pascal-Dreieck“
★	Wie ist das Pascal-Dreieck aufgebaut? Nach welchem Prinzip werden die Zahlen aufgefüllt? Wie Zahlenmauern nach unten: Jede Zahl entsteht durch Addition aus den beiden darüberstehenden Zahlen. Welche Zahlenfolgen erkennst du? Einige der Zahlenfolgen kannst du bei den Kugelpyramiden kennen lernen. Natürliche Zahlen in der ersten Schrägreihe, Dreieckszahlen daneben, daneben Tetraederzahlen.
★	Addiere die Zahlen in einer Reihe. Welche Zahlen entstehen hier? Wo hast du diese bereits in der Ausstellung gesehen? 1, 2, 4, 8, 16, ... → Zweierpotenzen (vgl. Schachbrett)
★★	Warum verdoppelt sich von Reihe zu Reihe die Summe, wenn alle Zahlen in einer Reihe addiert werden? Überlege, wie das Pascal-Dreieck aufgebaut ist und wie eine Reihe aus der Reihe darüber entsteht. vgl. Katalog: Zahlen der oberen Reihe fließen nach unten in die Zahl rechts und links von ihr hinein, d.h. jede Zahl geht doppelt in der nächsten Reihe ein
★	Finde alle Reihen im Pascal-Dreieck, bei denen jede Zahl (außer den beiden Einsen am Rande) durch die Zahl neben der Eins teilbar ist. Alle gefunden? Welche Zahlen sind dies? Wo hast du diese in der Ausstellung gefunden? Dies sind die Primzahlen.
★	**Teilbarkeitsmuster** Wähle zunächst eine Startzahl – am einfachsten 2, 5 oder 3. Drehe dann alle Würfel mit Pascal-Zahlen, die durch diese Startzahl teilbar sind, so, dass die blaue Seite nach vorne zeigt. Alle Zahlen, bei denen die Division nicht aufgeht, werden auf die rote Farbseite gedreht. Das könnt ihr auch gleichzeitig mit mehreren machen. Welche Muster entstehen? Es entstehen nach unten laufende Dreieck. Diese Muster sind wunderschön im Zahlenteufel abgebildet.
★★	Warum entstehen bei den Teilbarkeitsmustern nach unten laufende Dreiecke? Wenn mehrere gleichfarbige Würfel in einer Linie nebeneinander stehen, sind diese Zahlen alle durch dieselbe Zahl teilbar (die „Startzahl“ aus dem Text). Die Zahlen unter dieser Linie in der nächsten Reihe sind alle ebenfalls durch diese Zahl teilbar, weil sie ja als Summe der beiden darüber stehenden Zahlen entstehen. (Wenn zwei Zahlen durch dieselbe Zahl teilbar sind, ist auch die Summe dadurch teilbar.)
★★	**Brüche entdecken**

<table>
<tr>
<td></td>
<td>
erste Diagonalreihe: *1, *2, *3, *4, ...
zweite Diagonalreihe: *1, *1,5, *2, *2,5, ...
wenn man oberhalb der beiden Dreien fortsetzt, passt es auch: *1, *0,5
dritte Diagonalreihe: *1, *4/3, *5/3, *2, *7/3 ...
nach oben fortgesetzt (oberhalb der beiden Zehnen): *1, *2/3, *1/3
vierte Diagonalreihe: *1, *5/4, *6/4, *7/4, *2, ...
nach oben fortgesetzt (oberhalb der beiden 35): * ¾, *2/4, *1/4
usw.
Da man das Pascal-Dreieck in Querreihen abzählen kann, ist dies auch ein Beweis für die Abzählbarkeit der Brüche!

Interessant ist es auch, wenn man die Querreihen betrachtet und jeweils notiert mit welchen Zahlen multipliziert wir um von links nach rechts zu kommen:

<table>
<tr>
<td>
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
</td>
<td>
* 1/1
*2/1 * ½
* 3/1 * 2/2 * 1/3
* 4/1 * 3/2 * 2/3 * ¼
* 5/1 * 4/2 * 3/3 * 2/4 * 1/5
* 6/1 * 5/2 * 4/3 * ¾ * 2/5 * 1/6
usw.
</td>
</tr>
</table>

Prinzip:
Z+N ist pro Zeile konstant (Z+N = 2, 3, 4, 5, ...) , es beginnt jeweils mit N=1, dann werden nach rechts hin immer Z um 1 verringert und N um 1 erhöht bis Z = 1 ist. (Das gleiche Prinzip wie beim Cantorschen Diagonalverfahren, aber hier stehen die Brüche schon „richtig“: Abzählen in Querreihen).

Die Entdeckung kann am einfachsten von der Zeile mit 6/1 begonnen werden, da dort die Brüche in der richtigen Form erscheinen, in den anderen Zeilen müssen sie wie oben dargestellt geschickt umgeschrieben werden.
</td>
</tr>
<tr>
<td>★★★</td>
<td>
Lottozahlen
zwei aus vier Zahlen: 1 2, 1 3, 1 4, 2 3, 2 4, 3 4 → 6 Möglichkeiten,
6 ist die dritte Zahl in der vierten Reihe
drei aus vier Zahlen: 1 2 3, 1 2 4, 1 3 4, 2 3 4 → 4 Möglichkeiten
vierte Zahl in der vierten Reihe
„zwei aus fünf“: 1 2, 1 3, 1 4, 1 5, 2 3, 2 4, 2 5, 3 4, 3 5, 4 5 → 10 Mögl.
10 ist die dritte Zahl in der fünften Reihe
„drei aus fünf“ genauso viel, weil zu jedem der oben zwei gezogenen drei Zahlen übrigbleiben, statt 3 Zahlen zu ziehen kann ich also auch zwei ziehen und die 3 liegengebliebenen betrachten
dies wird auch in der Symmetrie des Pascal-Dreiecks erkennbar

„a aus b“ steht als (a+1)-te Zahl in Reihe b, also „6 aus 49“ als siebte Zahl in Reihe 49
</td>
</tr>
</table>

	Exponat „Zahlen im Setzkasten“
★	Welche Schalen enthalten genau zwei Würfel? Dies sind genau die Primzahlen, denn jeder Würfel steht für einen Teiler der Zahl. Gib alle Zahlen zwischen 30 und 40 an, die auch zwei Würfel enthalten müssten. 31 und 37
★	Wofür stehen die 6 Würfel im Kästchen mit der 12? Für die Teiler der Zahl: 1, 2, 3, 4, 6, 12 Gib für vier Zahlen zwischen 40 und 50 an, wie viele Würfel in diesen Kästchen liegen müssten. 40 8 Würfel für die Teiler 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 41 2 Würfel für die Teiler 1, 41 (Primzahl) 42 8 Würfel für die Teiler 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42 43 2 Würfel für die Teiler 1, 43 (Primzahl) 44 6 Würfel für die Teiler 1, 2, 4, 11, 22, 44 45 6 Würfel für die Teiler 1, 3, 5, 9, 15, 45 46 4 Würfel für die Teiler 1, 2, 23, 46 47 2 Würfel für die Teiler 1, 47 (Primzahl) 48 10 Würfel für die Teiler 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 49 3 Würfel für die Teiler 1, 7, 49 (Quadratzahl)
★★	Welche Schalen enthalten eine ungerade Anzahl an Würfeln? Die Quadratzahlen. Warum ist das so? Die gerade Anzahl der Würfel kommt durch die Partnerteiler zustande, also etwa bei der 12: 1 und 12, 2 und 6, 3 und 4. Bei der Zerlegung einer Quadratzahl hat deren Basis keinen Partnerteiler, da sie mit sich selbst multipliziert die Quadratzahl ergibt.
	Ergänzungsexponat: Ein Primzahlensieb
★	Wie sind die Folien des Primzahlensiebes aufgebaut? Was gilt für die Zahlen, die sichtbar bleiben? Die Vielfachenreihen von 2, 3, 5 und 7 sind abgeklebt (außer den Startzahlen selbst). Sie verdecken so ihre Vielfachen. Sichtbar bleiben die Zahlen, die nicht durch (mindestens) eine der Zahlen 2, 3, 5 und 7 teilbar sind. Dies sind alle Primzahlen bis 120.
★★	Warum fehlt die 121 auf dem Zahlenfeld? Sie ist keine Primzahl und fällt als 11*11 durch das nächste (Elfer-)Sieb.
★	Nimm eine beliebige gerade Zahl (unter 120). Suche zwei Primzahlen, die zusammengerechnet deine Zahl ergeben. *(Anmerkung: Die Goldbachsche Vermutung sagt aus, dass man jede gerade Zahl als Summe zweier Primzahlen schreiben kann. Sie ist aber noch unbewiesen.)* Ungerade Zahlen kannst du immer als Summe von 3 Primzahlen schreiben. Probiere es aus!

	Euklids Primzahlbeweis
★★★	Euklid hat behauptet und bewiesen, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Gehe den Text mit dem Beweis durch (am Beispiel der Primzahlmenge, die nur aus den ersten drei Primzahlen 2, 3 und 5 besteht) und vervollständige die Argumentationen. **Euklids Beweis, dass es unendlich viele Primzahlen gibt** Euklid führte einen Widerspruchsbeweis; er ging davon aus, dass es nur endlich viele Primzahlen gibt, und führte dies zu einem Widerspruch.

Euklids Beweis	Beispiel
Euklid nahm an, dass es nur eine endliche Menge $\{p_1, p_2, \ldots, p_r\}$ von Primzahlen gibt.	Es gibt nur die Primzahlen 2, 3 und 5.
Er bildete dann die Zahl $N = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_r + 1.$	Die Zahl ist 2*3*5 + 1 = 31
Diese Zahl ist durch keine der Primzahlen der endlichen Menge teilbar.	Warum nicht? Es bleibt immer der Rest 1.
Alle Zahlen lassen sich durch ein Produkt von Primzahlen darstellen (oder sind selbst Primzahl). Welches Problem entsteht jetzt für N?	Wenn die angenommene Menge vollständig ist, d.h. alle Primzahlen enthält, dann muss N sich als Produkt von diesen Primzahlen zerlegen lassen (was aber nicht geht, da N durch keine der Primzahlen teilbar ist). N kann auch nicht zur Primzahlliste gehören, weil es größer als alle Zahlen in der Liste ist.
N ist also entweder selbst eine (neue) Primzahl oder es ist durch eine (neue) Primzahl teilbar.	Worauf beruht der Widerspruch? Was folgt daraus? Damit muss die Annahme, dass es nur endlich viele Primzahlen gibt, falsch sein.

Den Beweis finden Sie auch zum Nachlesen etwa im Buch von Simon Singh: „Fermats letzter Satz“, Seite 118 (Mitte) bis S. 119 (Mitte).

Exponat „Reiskörner auf dem Schachbrett“

★

Schätzfragen zu Anzahlen der Reiskörner:

Auf welchem Feld liegen ungefähr so viel Reiskörner,
- wie es Schüler in deiner Klasse gibt?
- wie es Schüler in deiner Schule gibt?
- wie die Einwohnerzahl von Bad Kreuznach (rund 44.000)?
- wie die Einwohnerzahl von Mainz (ca. 186.000)?
- wie die Einwohnerzahl von Rheinland-Pfalz (etwa 4 Millionen)?
- wie die Einwohnerzahl von Deutschland (etwa 82 Millionen)?
- wie die Einwohnerzahl von den USA (etwa 300 Millionen)?
- wie die Einwohnerzahl von China (etwa 1,3 Milliarden)?
- wie die Anzahl der Menschen auf der ganzen Welt (etwa 6,8 Milliarden)?

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512	ca. 1.000	2.000	4.000	8.000	16.000	32.000
64.000	128.000	256.000	512.000	ca. 1 Million	2 Mill.	4 Mill.	8 Mill.
16 Mill.	32 Mill.	64 Mill.	128 Mill.	256 Mill.	512 Mill.	ca. 1 Milliarde	2 Mrd.

★★

Schätzfragen zur Höhe der Säulen: (s. Katalog)

Auf welchem Feld ist die Säule so hoch wie
- der Mainzer Dom (88 m)?
- die Zugspitze (2960 m)?
- die Länge des Rheins (865 km)?
- der Erddurchmesser (12.760 km)?
- der Abstand Erde – Mond (ca. 400.000 km)?
- der Weg, den das Licht in einer Minute zurücklegt
  (eine Lichtminute LM = 18 Millionen km)?
- der Abstand Erde – Sonne (8 LM)?
- der Abstand Pluto – Sonne (250 LM)?

★★★

Schätzfragen zum Volumen der Reismenge: (s. Katalog)

Auf welchem Feld entspricht die Reismenge
- einer Reispackung (500g)?
- einem Kubikmeter?
- einem LKW (32 m^3)?
- einem Güterzug mit 50 Waggons (etwa 3.500 m^3)?
- ein Containerschiff (bis zu 6 Millionen m^3)?
- der Weltreisernte 2005 (rund 618 Millionen Tonnen)?
- einer Schicht von 1 m über Rheinland-Pfalz (Fläche knapp 20.000 km^2)?

★★★

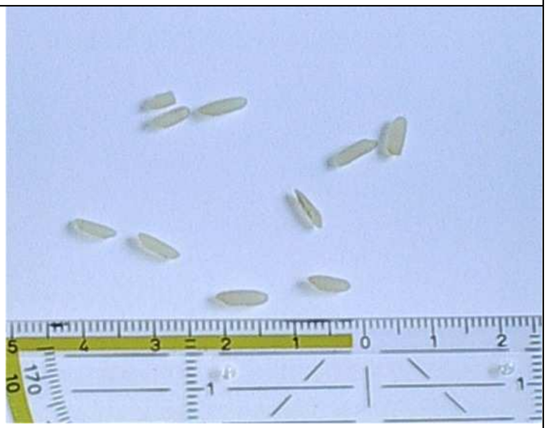
Reis zusammenzählen

Überprüfe durch Beispiele: Der Reis auf einem beliebigen Feld ist ein Reiskorn mehr als die Summe der Reiskörner auf allen davorliegenden Feldern.

Beispiel: 1 + 2 + 4 + 8 = 15 = 16 - 1

Warum ist das so?

Auf dem nächsten Feld liegen 16 Reiskörner, zusammen mit diesen 16 – 1

	ist das also 1 weniger als 32. (Die fehlende 1 zieht sich so praktisch durch das gesamte Schachbrett). Wie viel Reiskörner liegen dann auf dem gesamten Schachbrett? Auf dem ersten Feld 2^0, auf dem zweiten Feld 2^1, auf dem dritten Feld 2^2, usw. auf dem letzten Feld 2^{63}, insgesamt 1 weniger als auf dem 65. Feld, also $2^{64} – 1$. (Taschenrechner: $= 1,8 * 10^{19}$)
★★★	**Reisschicht auf der Erdkugel** *Für diese Aufgabe brauchst du einen Taschenrechner.* Wie hoch ist die Schicht, wenn man den gesamten Reis des Schachbretts gleichmäßig auf der Erde verteilt? Das Volumen eines Reiskorns kannst du mit diesem Bild abschätzen. Die Erdoberfläche beträgt 510 Millionen km².  Reiskorn geschätzt: 10 mm * 2 mm * 2 mm = 40 mm³, 1000 Reiskörner haben damit ein Volumen von etwa 40 cm³. (Bei anderen Schätzwerten verändern sich die Folgewerte). $1,8 * 10^{19}$ Reiskörner haben ein Volumen von $72 * 10^{19}$ mm³ = $72 * 10^{10}$ m³ = 720 km³. Geteilt durch die Erdoberfläche ergibt sich für die Höhe 720 : (510 Millionen) km = $720 : 510 * 10^{-6}$ km = 1,4 mm. Damit ist die Schicht etwa so dick wie ein Reiskorn.
★★★	**Zwischensäulen** Wie hoch wäre eine Säule, die genau in der Mitte zwischen zwei benachbarten Säulen steht? Finde ein allgemeines Prinzip, mit dem man dies ausrechnen kann. Erster Weg: Prinzip der Säulenhöhen: Von Feld zu Feld wird verdoppelt. Allgemeines Prinzip: Von Säule zu Säule immer mit derselben Zahl multiplizieren. Wir suchen hier eine Zahl x, mit der ich die Höhe der linken Säule multiplizieren muss, damit die Höhe der Zwischensäule herauskommt; dieselbe Zahl x muss ich mit der Höhe der Zwischensäule multiplizieren, um die rechte Säulenhöhe herauszufinden. Also: linke Säule → mal x -→ Zwischensäule -→ mal x → rechte Säule Andererseits ist die rechte Säule gerade doppelt so groß wie die linke Säule, also x mal x = 2. x ergibt sich damit als Wurzel 2. Die Höhe der Zwischensäulen lassen sich also berechnen, wenn man die Höhe der linken Säule mit Wurzel 2 multipliziert. Zweiter Weg: Prinzip der Säulenhöhen: Von Feld zu Feld wird verdoppelt. D.h. mal 2 ergibt die Höhe der Säule auf dem nächsten Feld, mal 4 die Höhe der Säule

	2 Felder weiter, mal 8 die Säulenhöhe 3 Felder weiter. Allgemeines Prinzip: Für die Säule n Felder weiter wird mit 2^n multipliziert. Wir suchen die Zwischensäule, gehen also ein halbes Feld weiter. D.h. wir müssen die Höhe der Säule mit $2^{½}$ multiplizieren, und das ist Wurzel aus 2.
★★	**Exponentielles Wachstum: Papierfalten bis zum Mond** Die Schätzaufgaben haben dir gezeigt, wie unglaublich schnell das Wachstum irgendwann wird. Ein anderes sehr eindrucksvolles Beispiel ist das folgende: Stell dir vor, du nimmst ein Blatt Papier und faltest es einmal, dann wieder, dann wieder... Wie viele Schichten Papier liegen jeweils vor? Wie hängt das mit den Reiskörnern zusammen? 1, 2, 4, 8, 16, ... sind die Zweierpotenzen (wie die Anzahl der Reiskörner). Nach einigen Durchgängen kann man nicht mehr weiterfalten, aber wir stellen uns vor, dass es immer so weiter geht. Wie oft musst du das Blatt Papier falten, bis der Stapel bis zum Mond reicht? *Du kannst diese Aufgabe durch Überschlagen herausfinden und brauchst tatsächlich keinen Taschenrechner dafür. Gehe davon aus, dass 500 Blatt (ein normaler Stapel Kopierpapier) 5 cm dick ist. Die Entfernung zum Mond sind etwa 400.000 km.* 10 mal Falten ergibt etwa 1000 Blatt, d.h. vertausendfacht die Anzahl der Blätter und damit auch die jeweilige Dicke des Stapels. 10 mal Falten → 1000 Blatt → etwa 10 cm. 20 mal Falten → 1000 mal 10 cm = 10.000 cm = 100 m 30 mal Falten → 1000 mal 100 m = 100.000 m = 100 km 40 mal Falten → 1000 mal 100 km = 100.000 km 41 mal Falten → 200.000 km **42 mal Falten → 400.000 km**
★★	**Zweierpotenzen** Jede beliebige Zahl lässt sich als Summe von mehreren Zweierpotenzen darstellen. Gib zwei Beispiele an für Zahlen zwischen 40 und 60. Warum ist das so? Beispiel: 45 = 32 + 8 + 4 + 1 56 = 32 + 16 + 8 Begründung: Sehen wir uns die ersten sieben Zahlen an (die Zweierpotenzen sind fett gedruckt): **1, 2,** 3 = 2 + 1; **4 ;** 5 = 4 + 1; 6 = 4 + 2; 7 = 4 + 3; Mit der nächsten Zahl (**8**) lassen sich also alle Zahlen bis 15 darstellen, mit der folgenden Zahl (**16**) dann alle Zahlen bis 31 usw. *Die Zerlegung in Zweierpotenzen ergibt genau die Dualdarstellung der Zahl (Schreibweise im Dualsystem).*

	Spiegelexponate Alle Antworten ergeben sich durch Ausprobieren bzw. sind im Katalog (S. 96 bis 103) nachlesbar.
	Exponat „Spiegelbuch“
☆	**„Schönbild-Schauer“** Öffne das Spiegelbuch verschieden weit und lege eine Mustervorlage hinein. Verschiebe diese. Du kannst auch mit verschiedenen Gegenständen dein eigenes Muster legen. Wie oft wiederholen sich die Muster bei den verschiedenen Winkelzahlen?
★	**Seltsames Spiegelbild** Stelle das Spiegelbuch im rechten Winkel (d.h. mit 90°-Öffnung) auf und schaue hinein, so dass du dein Gesicht siehst. Wie oft siehst du es? Betrachte jetzt durch den Knick das „hintere“ Spiegelbild. Zupfe dich am rechten Ohrläppchen. Was macht das Spiegelbild?
★	**Gespiegelte Bruchteile** Schätze, wie oft ein Bruchteil in einen Kreis passt. Lege das Teil ins Spiegelbuch und überprüfe das.
★	**Gespiegelte Linien** Stelle das Spiegelbuch so auf, dass du aus einem Stab und allen seinen Spiegelbildern regelmäßige Figuren erhältst (Dreieck, Viereck, Fünfeck, ...). Kannst du auch ein Rechteck erzeugen? Eine Raute? Ein Parallelogramm?
★	**Gespiegelte Würfel** Welche der vorgegebenen Muster lassen sich mit dem Spiegelbuch erreichen? Probiere mit den bunten Würfeln.
★ ★	**Warum vertauscht der Spiegel links und rechts, aber nicht vorne und hinten?** Wenn du die linke Hand hebst, welche Hand hebt dann das Spiegelbild? Wenn du die linke Hand hebst, wo im Spiegel befindet sich dann die erhobene Hand? Links oder rechts? Wenn du zum Fenster zeigst, wohin zeigt dann das Spiegelbild? Auch zum Fenster, oder in die entgegengesetzte Richtung?

	Exponat „Zahlenfolgen“

★

Wie geht es weiter?
Setze die Zahlenfolgen fort.
Tipp: Achte auf die Differenz benachbarter Zahlen; das hilft dir oft weiter.
Manche dieser Zahlenfolgen haben bestimmte Namen; kennst du diese?
s. Katalog

★★

Wie heißt die hundertste Zahl?
Auch mit einem Taschenrechner dauert es viel zu lange, hundert Zahlen einer Zahlenreihe zu berechnen. Wenn du das Prinzip herausgefunden hast, wie die Zahlenreihe aufgebaut wird, kannst du die hundertste Zahl direkt berechnen.
Die hundertste Zahl der Folge heißt

1, 2, 3, 4, 5, ...	100
1, 4, 9, 16, 25, ...	$100^2 = 10.000$

Um die hundertste Zahl zu finden, muss man folgendes rechnen:

1, 2, 4, 8, 16, ...	1 mal2 mal2 ... 99 mal rechnen, also 2^{99}
1, 3, 6, 10, 15, ...	1 +2 +3 +4 .... bis + 100 = 5050 (s. Gauss-Anekdote)

Kannst du hier die hundertste Zahl aus dem Vorgänger berechnen? Achte auf die Differenzen!

ersten Zahlen der Folge	Zahlen Nr. 95 bis 99
1, 4, 9, 16, 25, ...	9025, + 191 = 9216,+ 193 = 9409, + 195 = 9604, + 197 = 9801, + 199 = 10 000
1, 3, 6, 10, 15, ...	4560, + 96 = 4656, + 97 = 4753, + 98 = 4851, + 99 = 4950, + 100 = 5050

★★★

Term
Kannst du einen allgemeinen Term für die Zahlenfolgen angeben?
natürliche Zahlen: $a_n = n$
Quadratzahlen: $a_n = n^2$
Dreieckszahlen: $a_n = n * (n+1)/2$ (s. Gauss-Anekdote)
Zweierpotenzen: $a_n = 2^{n-1}$ (da mit $2^0 = 1$ begonnen wird)
Fakultäten $a_n = n!$
Bei den Primzahlen geht das natürlich nicht, und bei den Fibonaccizahlen ist der Term zu schwierig. Term Fibonacci s. Katalog

★★

Frag die Vorgänger
Manchmal ist es einfacher, statt über eine Formel die Zahlen über die vorausgehenden Zahlen zu berechnen. Die nächsten beiden Folgen werden schnell sehr groß. Wie heißt jeweils die zwanzigste Zahl? Gegeben sind die fünf Zahlen vorher.

ersten Zahlen der Folge	Zahlen Nr. 15 bis 19
1, 2, 4, 8, 16, ...	16384, * 2 = 32768, * 2 = 65536, * 2 = 131072, * 2 = 262144, * 2 = 524288
1, 1, 2, 3, 5, 8, ...	605, + 374 = 979, + 605 = 1584, + 979 = 2563, + 1584 = 4147, + 2563 = 6710